

DOI:10.13296/j.1001-1609.hva.2018.02.032

基于分数延时方法的高精度数字积分器研究

李振华^{1,2}, 张思球², 孙婉桢², 李振兴²

(1. 三峡大学湖北省微电网工程技术研究中心, 湖北 宜昌 443002; 2. 三峡大学电气与新能源学院, 湖北 宜昌 443002)

摘要: 积分器是基于Rogowski线圈的电子式电流互感器的关键环节之一。针对传统的模拟积分器易受环境温度变化、电磁干扰、湿度变化等因素的影响以及当前的数字积分算法准确度不高的问题,在传统的数字积分器的基础上提出了一种改进的数字积分器。该积分器采样率为传统的8倍,且在此基础上加入了一个值为0.047的分数延迟因子。这一改进的数字积分器可以有效改善传统的数字积分器在低频段的幅值响应和相位响应。文中采用FIR和IIR两种滤波法对其进行了仿真分析,结果表明,相较传统的数字积分器,改进的数字积分器性能更加优异。

关键词: Al-Alaoui数字积分器; 积分算法; FIR/IIR; 分数延时

Research of High Accuracy Digital Integrator Based on Fracyional Delay Method

LI Zhenhua^{1,2}, ZHANG Siqu², SUN Wanzhen², LI Zhenxing²

(1. Hubei Provincial Research Center on Microgrid Engineering Technology, China Three Gorges University, Hubei Yichang 443002, China; 2. College of Electrical Engineering & New Energy, China Three Gorges University, Hubei Yichang 443002, China)

Abstract: Integrator is a key element in an electronic current transformer based on Rogowski coil. Traditional analog integrator is easily affected by the environment temperature change, electromagnetic interference and humidity change and so on, the current integral algorithm accuracy is not high. Therefore, an improved integrator based on the traditional integrator is designed. Sampling rate of the improved integrator is eight times higher than traditional integrator and a delay factor of 0.047 is also joined. The improved integrator can effectively improve the amplitude response error and phase angle response of the traditional Al-Alaoui integrator in the low frequency stage. FIR and IIR filtering method can be used to simulate and analyze in this paper, the results indicate that the performances of the improved integrator are better than the traditional integrator.

Key words: Al-Alaoui digital integrator; integral algorithm; FIR/IIR; fractional delay

0 引言

当前,电力工业快速发展使电力传输容量不断增加,且电压等级也逐渐升高,传统的电磁式互感器越来越难以满足需求。近年来,以Rogowski线圈为传感器的电子式电流互感器因其测量线性度好、测量频率范围宽、反应速度快、不存在磁饱和的问题等一系列优点,而成为了国内外研究的热点,并

已进入了实用化阶段。电子式互感器是实现智能变电站实时监测的主要设备,在电网动态观测、提高继电保护可靠性等方面具有重要的作用^[1-6]。

Rogowski线圈的输出电压正比于被测电流对时间的微分,要得到被测电流信号,就必须对这一输出电压进行积分,因此积分环节对于电子式互感器来说至关重要。目前使用的主要是模拟积分器,但是模拟元器件易受环境温度变化、电磁干扰、湿度变化等因素的影响,导致模拟积分器长期运行后会出现温漂和时漂等问题^[7-13]。常用的数字积分算法

收稿日期:2017-09-13; 修回日期:2017-11-24

基金项目:国家自然科学基金项目(51507091);湖北省自然科学基金项目(2015CFB219)。

Project Supported by National Natural Science Foundation of China(51507091), Natural Science Foundation of Hubei Province (2015CFB219).

一般有:复化矩形算法、复化梯形算法、复化 Simpson 算法等,仍存在幅值响应和相位响应均不够精确等问题^[14-18]。文中针对传统的数字积分器存在的问题,提出了一种改进的数字积分器,将复化梯形和复化矩形数字积分加权处理,并将采样率提高为原来的8倍,引入了一个新的延时因子,构建了一个新的数字积分函数。同时,文中采用 FIR 和 IIR 两种延时方法对其进行了仿真分析,结果表明,在低频段其幅值和相位响应均优于传统的数字积分器。

1 模拟积分器

数字积分器与模拟积分器相比,不含模拟器件,性能稳定,不受模拟器件时漂和温漂的影响,且在数字积分中还可以利用算法对模拟电路的漂移进行补偿。理想数字积分器的公式为: $H_i(j\omega)=1/(j\omega)^{[18-20]}$ 。常用的数字积分算法有复化矩形算法、复化梯形算法和 Simpson 算法。它们的传递函数分别为

$$\begin{cases} H_R(z) = T \left(\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} \right) \\ H_{TR}(z) = \frac{T}{2} \left(\frac{1+z^{-1}}{1-z^{-1}} \right) \\ H_S(z) = \frac{T}{3} \left(\frac{1+4z^{-1}+z^{-2}}{1-z^{-1}} \right) \end{cases} \quad (1)$$

对采用复化矩形算法和复化梯形算法的积分器用 MATLAB 软件进行仿真,可以得到它们的幅值响应曲线和相位响应曲线,见图 1、2。

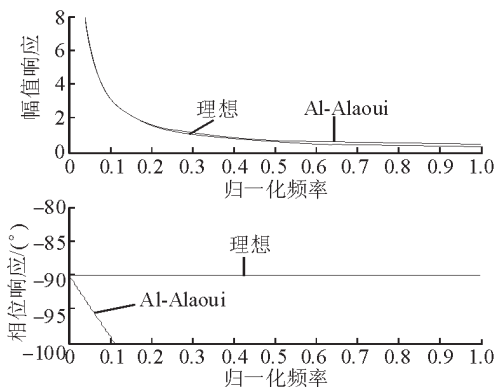


图1 矩形幅值响应和相位响应曲线

Fig. 1 Amplitude response and phase response of rectangular algorithm

从图 1、2 可以看出,在低频段,两种积分的幅值响应曲线都与理想积分很接近。其中梯形积分器的幅值响应曲线在理想积分器的下面,矩形积分器的幅值响应曲线在理想积分的上面。Al-Alaoui 将两个积分器进行了结合,从而得到了传统的 Al-Alaoui 数字积分器^[21-24]。其传递函数为

$$H_{Al}(z) = 7 \frac{T}{8} \left[\frac{z + (1/7)}{z - 1} \right] = 7 \frac{T}{8} \left[\frac{1 + (1/7)z^{-1}}{1 - z^{-1}} \right] \quad (2)$$

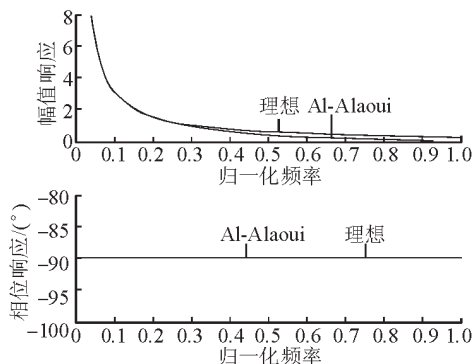


图2 梯形幅值响应和相位响应曲线

Fig. 2 Amplitude response and phase response of trapezoid algorithm

传统的 Al-Alaoui 数字积分器的幅值响应曲线与相位响应曲线及幅值响应误差见图 3-5。

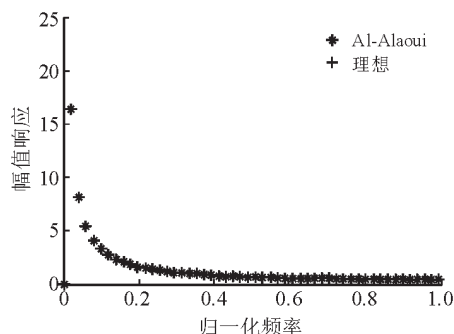


图3 传统 Al-Alaoui 数字积分器的幅值响应曲线

Fig. 3 Amplitude response of traditional Al-Alaoui digital integrator

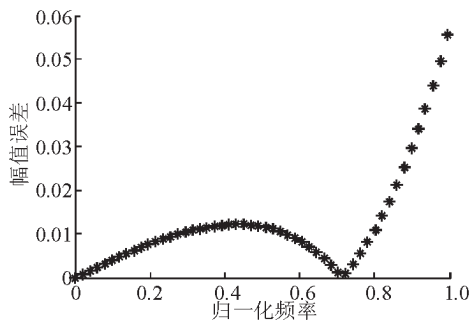


图4 与理想积分相比的传统 Al-Alaoui 数字积分的幅值响应误差曲线

Fig. 4 Amplitude response error of the traditional Al-Alaoui digital integrator compared with the ideal integrator

从图 4 中可以看出,传统的 Al-Alaoui 数字积分器的幅值响应误差仍然比较大。从图 5 中可以看出,它的相位响应基本上是线性的,由 -90° 到 0° ,而理想数字积分的相位响应为 -90° ,在工程实际应用中,也需要相位稳定在 -90° 。

2 改进数字积分器

2.1 八倍率数字积分器

针对 Al-Alaoui 数字积分器存在的问题,文中将

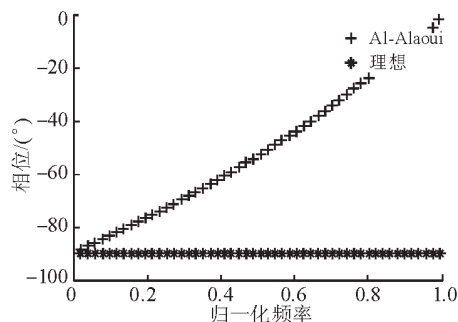


图5 理想积分器和传统Al-Alaoui数字积分器的相位响应曲线

Fig. 5 Phase angle response of the ideal integrator and the traditional Al-Alaoui digital integrator

采样率提高为原来的8倍,即周期由 T 变为 $T/8$,此时传递函数为

$$H_2(z) = \frac{T}{64} \frac{7 + 8z^{-1/8} + z^{-1/4}}{1 - z^{-1/4}} \quad (3)$$

其幅值响应曲线与相位响应曲线见图6、7。

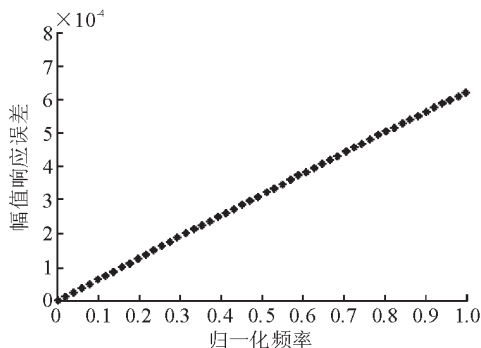


图6 八倍率Al-Alaoui理想积分器的幅值响应误差曲线

Fig. 6 Amplitude response error of the ideal eight times Al-Alaoui integrator

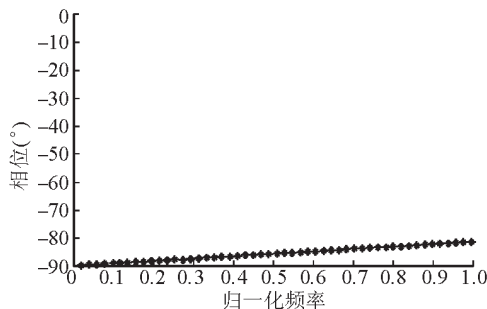


图7 八倍率Al-Alaoui理想积分器的相位响应曲线

Fig. 7 Phase angle response of the ideal eight times Al-Alaoui integrator

由图6可以看出,将采样率提高到8倍后,积分器的幅值响应误差精度达到 10^{-4} ,与图4相比,幅值响应误差要小很多。从图7可以看出,其相位响应几乎维持在 -90° ,近似在 -90° 到 -82° 之间,误差在 10° 以内。

2.2 八倍率延时数字积分器

在保证幅值响应更为优异的基础上,为了使Al-Alaoui积分器的相位响应稳定在 -90° ,文中引入了

一个新的延时因子。

由图7可得标准奈奎斯特频率的相位响应为 -81.5° 。则延时因子 d 满足 $-81.5 + 180d = -90$,从而可得 $d = -0.047$ 。这一改进的数字积分器将梯形和矩形数字积分加权处理,并将采样率提高为原来的8倍,引入了一个值为0.047的延时因子,构建了一个新的数字积分函数,这一八倍率延时积分器的传递函数见式(4)

$$H_3(z) = H_2(z) = \frac{T}{64} z^{-0.047} \frac{7 + 8z^{-1/8} + z^{-1/4}}{1 - z^{-1/4}} \quad (4)$$

其理想延迟的幅值响应误差与相位响应见图8-10。从图8-10中可以看出,其幅值误差与图6中一样,而相位响应几乎稳定在 -90° 。

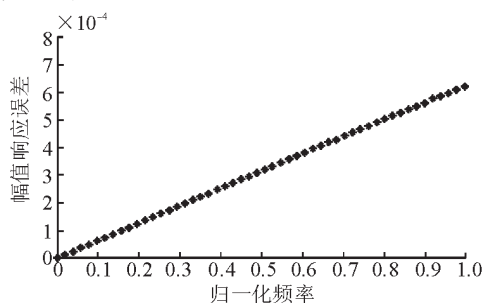


图8 八倍率延迟积分器的幅值响应误差

Fig. 8 Amplitude response error of the ideal eight times delay integrator

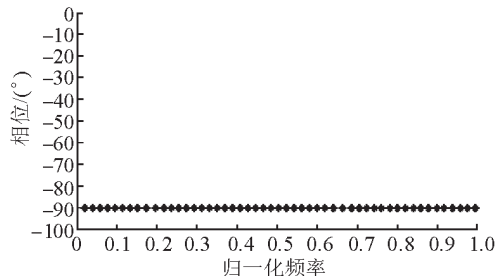


图9 八倍率延迟积分器的相位响应曲线

Fig. 9 Phase angle response of the ideal eight times delay integrator

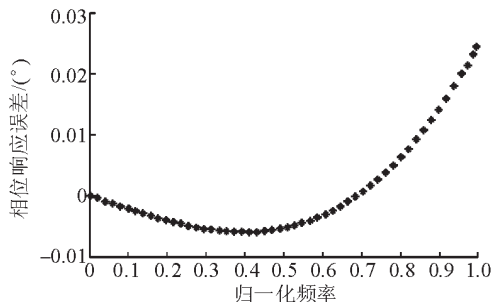


图10 八倍率延迟积分器的相位响应误差

Fig. 10 Phase angle response error of the ideal eight times delay integrator

由于实际的编程应用中这一分数延时不能直接得到,无法编辑相应的程序并下载到芯片中实现,因而需要将其转换为整数延时的级数和的形式,以下采用FIR和IIR两种滤波法得到近似的延迟。

2.3 采用两种滤波法的数字积分器

2.3.1 FIR 滤波法

首先令 D 全延迟近似为式(5)

$$\begin{cases} z^{-D} \cong \sum_{n=0}^L h(n)z^{-n} \\ h(N) = \prod_{k=0, k \neq n}^L \frac{D-k}{n-k} \end{cases} \quad (5)$$

式(5)中 L 为近似阶数, 且有

$$(L-1)/2 \leq D \leq (L+1)/2 \quad (6)$$

此外, 一个 D 全延时也可表示为 $D=N+d$, 这里的 N 为延迟的整数部分, d 为延迟的分数部分。延迟的整数部分需要增加阶数 L , 从而使其与分数延迟更接近。然而, 通过这样的转换后, 相位响应就不再是 -90° 。为了解决这个问题, 即只取延迟的分数部分 d , 文中将积分器传递函数中的 z^{-N-d} 用 z^{-N-d}/z^{-N} 代替。其中 z^{-N-d} 用式(5)来近似。

采用这一数字滤波法时, $N=5, L=10, d=0.5$, 得到的幅值响应误差与相位响应见图 11-12。

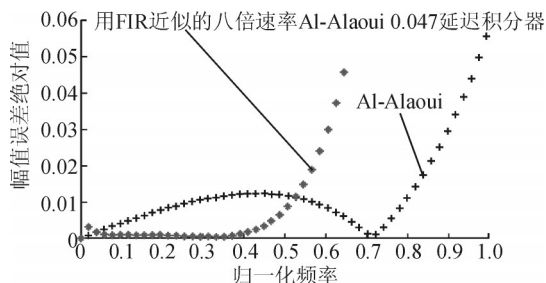


图 11 Al-Alaoui 积分器、用 FIR 近似的八倍率延迟积分器幅值响应误差

Fig. 11 Amplitude response error of the Al-Alaoui integrator and the eight times delay integrator with FIR filtering method

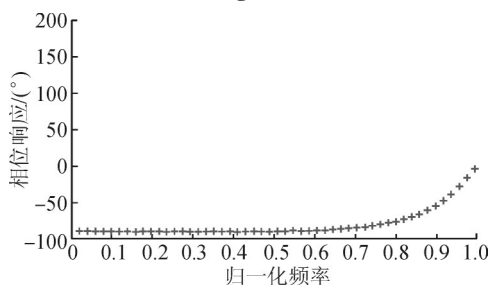


图 12 用 FIR 法近似的八倍率延迟积分器的相位响应曲线

Fig. 12 Phase angle response of the eight times delay integrator with the FIR filtering method

通过比较图 11 中的两曲线, 可以看到在低频段, 八倍率延时积分器的幅值响应误差远小于传统的 Al-Alaoui 数字积分器幅值响应误差。从图 12 中可以看出, 在低频段相位响应基本保持在 -90° 。

2.3.2 IIR 滤波法

采用 IIR 滤波法时, 全延迟 D 为

$$\begin{cases} z^{-D} \cong \frac{a_N + a_{N-1}z^{-1} + \cdots + a_1z^{-(N-1)} + z^{-N}}{1 + a_1z^{-1} + \cdots + a_{N-1}z^{-(N-1)} + a_Nz^{-N}} \\ a_k = (-1)^k C_k^N \prod_{n=0}^N \frac{N-n-D}{N-k-n-D} \end{cases} \quad (7)$$

式(7)中: $C_k^N = N!/k!(N-k)!$; $D=N+d$ 。因为只能取延时的分数部分 d , 将传递函数中的 z^{-d} 用 z^{-N-d} 代替。其中 z^{-N-d} 用式(7)中的滤波法来近似。其中 IIR 滤波法中的 $N=5, d=0.5$, 得到的幅值响应误差与相位响应见图 13、14。

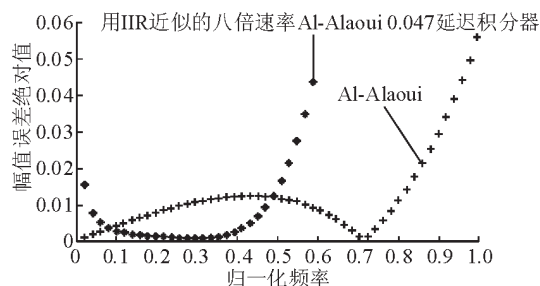


图 13 Al-Alaoui 积分器、用 IIR 近似的八倍率延迟积分器的幅值响应误差

Fig. 13 Amplitude response error of the Al-Alaoui integrator and the eight times delay integrator with IIR filtering method

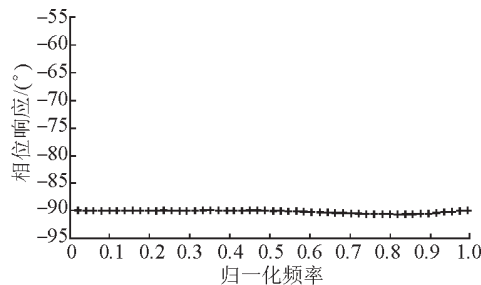


图 14 用 IIR 近似的八倍率延迟积分器的相位响应曲线

Fig. 14 Phase angle response of the eight times delay integrator with IIR filtering method

通过比较图 13 中的两曲线, 可以发现, 在低频段时, 改进的数字积分器的幅值响应误差远小于传统的 Al-Alaoui 数字积分器幅值响应误差, 从图 14 可知, 其相位响应在整个频率范围内都是基本保持在 -90° 的。

为了更精确地比较采用这两种滤波法后的积分器幅值响应和相位响应改善程度, 将图 11-14 的曲线图整理成表 1、2。

分析表 1 中数据可知, 采用 FIR 滤波法后, 在低频段, 相位响应保持在 -90° 不变, 而在高频段即归一化频率大于 0.5 后的相位响应由 -90° 变化到 0° ; 采用 IIR 滤波法后积分器的相位响应能够全程保持在 -90° 左右, 很明显采用 IIR 滤波法的积分器其相位响应更优。而由表 2 中数据可发现, 采用 FIR 滤波法

表1 采用FIR和IIR滤波法的积分器相位响应

Table 1 Phase response of the eight times delay integrator with IIR and FIR filtering method

归一化频率	FIR	IIR
0.1	-90°	-90°
0.2	-90°	-90°
0.3	-90°	-90°
0.4	-90°	-90°
0.5	-90°	-90°
0.6	-90°	-91°
0.7	-80°	-92°
0.8	-66°	-92°
0.9	-54°	-91°
1.0	0°	-90°

表2 采用FIR和IIR滤波法的积分器幅值响应误差

Table 2 Amplitude response error of the eight times delay integrator with FIR and IIR filtering method

归一化频率	AL-Alaoui	FIR	IIR
0.05	0.003	0.002	0.003
0.10	0.004	0.001	0.002
0.15	0.005	0.001	0.002
0.20	0.007	0.001	0.001
0.25	0.009	0.001	0.001
0.30	0.011	0.001	0.001
0.35	0.012	0.001	0.002
0.40	0.013	0.002	0.002
0.45	0.012	0.003	0.006
0.50	0.012	0.007	0.014
0.55	0.010	0.013	0.021
0.60	0.006	0.024	0.054

的积分器幅值响应优于采用IIR滤波法的幅值响应,在低频段0到0.5之间的幅值响应误差前者明显小于后者,也即采用FIR滤波法时的幅值响应更优。但是和传统的数字积分器相比,在低频段,采用FIR和IIR两种滤波法的八倍率延时积分器的幅值响应和相位响应均要大幅优于传统的数字积分器。

3 结语

文中在传统数字积分器的基础上提出了一种改进的数字积分器,可以有效改善传统的数字积分器在低频段的幅值响应和相位响应。由文中的仿真图可以看出,提高采样频率会有效地减小幅值响应误差。同时,在传递函数中加入一个合适的延迟可以使相位响应基本稳定在-90°。文中所提出的这一改进的数字积分器,将复化梯形和复化矩形算法加权处理后,将采样率提升为原来的8倍,并引入了一个值为0.047的延时因子,从而构建一种全新的

数字积分函数,且采用FIR和IIR两种滤波法进行延迟并仿真,结果证明,这一改进的数字积分器的幅值响应和相位响应都大大优于传统的AL-Alaoui数字积分器。

参考文献:

- [1] 李振华,胡蔚中,闫苏红,等. 电子式互感器中的高精度数字积分器技术[J]. 高压电器,2016,52(1):42-49.
LI Zhenhua, HU Weizhong, YAN Suhong, et al. High accuracy digital integrator technology for electronic transformer [J]. High Voltage Apparatus, 2016, 52(1): 42-49.
- [2] 张可畏,王 宁,段雄英,等. 用于电子式电流互感器的数字积分器[J]. 中国电机工程学报,2004,24(12):104-107.
ZHANG Kewei, WANG Ning, DUAN Xiongying, et al. A digital integrator for electronic current transducer[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(12): 104-107.
- [3] 罗承沐,张贵新,王 鹏. 电子式互感器及其技术发展现状[J]. 电力设备,2007,8(1):20-24.
LUO Chengmu, ZHANG Guixin, WANG Peng. Electronic type instrument transformer and its present technical development manner[J]. Electrical Equipment, 2007, 8(1): 20-24.
- [4] 李红斌,刘延冰,吴伯华. 电子式互感器的使用现状及应用前景[J]. 电力设备,2007,8(1):103-104.
LI Hongbin, LIU Yanbing, WU Bohua. Present status and application prospect of electronic instrument transformers[J]. Electrical Equipment, 2007, 8(1): 103-104.
- [5] 刘 彬,叶国雄,郭克勤,等. 电子式互感器性能检测及问题分析[J]. 高电压技术,2012,38(11):2972-2980.
LIU Bin, YE Guoxiong, GUO Keqin, et al. Quality test and problem analysis of electronic transformer[J]. High Voltage Engineering, 2012, 38(11): 2972-2980.
- [6] 鲁东海,孙纯军,王晓虎. 智能变电站中在线监测系统设计[J]. 电力自动化设备,2011,31(1):134-137.
LU Donghai, SUN Chunjun, WANG Xiaohu. Online monitoring system for smart substation[J]. Electric Power Automation Equipment, 2011, 31(1): 134-137.
- [7] 高迎霞,毕卫红,刘 丰,等. 基于Rogowski线圈的电流互感器信号处理中积分算法的研究[J]. 电测与仪表,2006,43(11):1-5.
GAO Yingxia, BI Weihong, LIU Feng, et al. The research of the integral arithmetic in signal processing for Rogowski current transducer[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2006, 43(11): 1-5.
- [8] 刘 彬,叶国雄,郭克勤,等. 基于Rogowski线圈的电子式电流互感器复合误差计算方法[J]. 高电压技术,2011,37(10):2391-2397.
LIU Bin, YE Guoxiong, GUO Keqin, et al. Calculation method of composite error for electronic current transformers based on Rowgowski coil[J]. High Voltage Engineering,

- 2011, 37(10):2391-2397.
- [9] 陈晓明, 王晓琪, 郭克勤, 等. 互感器二次负荷调查统计与分析[J]. 高压电器, 2014, 50(5):63-68.
CHEN Xiaoming, WANG Xiaoqi, GUO Keqin, et al. Statistics and analysis of secondary load in instrument transformer[J]. High Voltage Apparatus, 2014, 50(5):63-68.
- [10] 段梅梅, 李振华, 李红斌, 等. 电阻分压型电子式电压互感器误差分析及对电能计量的影响研究[J]. 电测与仪表, 2015(2):59-63.
DUAN Meimei, LI Zhenhua, LI Hongbin, et al. Error analysis of resistance dividing type electronic voltage transformer and its impact on electric power measurement[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2015(2):59-63.
- [11] KOJOVIC L. Rogowski coils suit relay protection and measurement[J]. IEEE Computer Application in Power, 1997(7):47-52.
- [12] 胡娟, 吴桂清, 周有庆. 不同电压等级下的 Rogowski 线圈电子式电流互感器的研究[J]. 变压器, 2002, 39(10):11-13.
HU Juan, WU Guiqing, ZHOU Youqing. Research on rogowski coil electronic current transformer at different voltage level[J]. Transformer, 2002, 39(10):11-13.
- [13] 谢彬, 尹项根, 张哲, 等. 基于 Rogowski 线圈的电子式电流互感器的积分技术[J]. 继电器, 2007, 35(3):45-50.
XIE Bin, YIN Xianggen, ZHANG Zhe, et al. Technology in designing integrator of electronic current transducer based on Rogowski coil[J]. Relay, 2007, 35(3):45-50.
- [14] 朱超, 蒋煜, 梅军, 等. Rogowski 线圈中积分环节的研究[J]. 电力自动化设备, 2013, 29(9):64-67.
ZHU Chao, JIANG Yu, MEI Jun, et al. Study on the integration of the Rogowski coil in[J]. Power Automation Equipment, 2013, 29(9):64-67.
- [15] AL-ALAOUI M A. A novel approach to designing a noninverting integrator with built-in low frequency stability, high frequency compensation, and high Q[J]. IEEE Transactions: Instrumentation and Measurement, 1989, 38(6):16-21.
- [16] 高文, 施胜丹, 王小红, 等. 高压大功率双串联谐振多级电压式 DC-DC 变换器的研究[J]. 高压电器, 2014, 50(3):50-57.
GAO Wen, SHI Shengdan, WANG Xiaohong, et al. Research on a kind of multi-level voltage DC-DC converter for high voltage and high power using dual series resonant net[J]. High Voltage Apparatus, 2014, 50(3):50-57.
- [17] GUPTA M, JAIN M, JAIN N. A new fractional order recursive digital integrator using continued fraction expansion[J]. Power Electronics (ICPE), 2011(1):28-30.
- [18] 谢完成, 戴瑜兴. 罗氏线圈电子式电流互感器的积分技术研究[J]. 电测与仪表, 2011, 48(5):10-13.
XIE Wancheng, DAI Yuxing. Technology research of integrator for rogowski electronic current transducer[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2011, 48(5):10-13.
- [19] AL-ALAOUI M A. Linear phase low-pass IIR digital differentiators[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(2):697-706.
- [20] VERICA R. An alternative derivation of the Al-Alaoui operator[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2008(15):881-882.
- [21] 宋涛. Rogowski 线圈电流互感器中的高精度数字积分器技术研究[J]. 高电压技术, 2015, 41(1):237-244.
SONG Tao. High precision digital integrator technology research in Rogowski coil current transformer[J]. High Voltage Engineering, 2015, 41(1):237-244.
- [22] AL-ALAOUI A M. A novel class of digital integrators and differentiators[J]. IEEE Transactions Signal Processing, 1993, 29(4):971-973.
- [23] TSENG C C, LEE S L. Digital IIR integrator design using recursive Romberg integration rule and fractional sample delay[J]. Signal Processing, 2008, 88(9):2222-2233.
- [24] 张明明, 张艳, 李红斌, 等. Rogowski 电流互感器的积分器技术[J]. 高电压技术, 2004, 30(9):13-16.
ZHANG Mingming, ZHANG Yan, LI Hongbin, et al. Technology integrator in Rogowski current transformer[J]. High Voltage Engineering, 2004, 30(9):13-16.

李振华(1986—), 男, 博士, 从事电子式互感器及其状态监测、电磁兼容方面的研究。

张思球(1993—), 男, 硕士研究生, 从事电子式电流互感器测量技术的研究。